**ЭЛЕКТРОННОЕ ОБУЧЕНИЕ**

Учебные материалы по дисциплине «ОУДп.10 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

для учебных групп №11,15,17 на период с 27.04.2020 г по 30.04.2020г.

**Темы учебных занятий:**

* Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции
* Примеры применения интеграла в физике и геометрии
* Пр.р.№67 Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей
* Пр.р.№68 Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей

Для полного освоения теоретической части указанных тем необходимо использовать учебный материал электронной библиотечной системы (ЭБС) IPRBooks

**Адрес сайта ЭБС:** [**http://www.iprbookshop.ru**](http://www.iprbookshop.ru)

**Рекомендованная для использования литература:**

* [Неопределенные и определенные интегралы. Курс лекций](http://www.iprbookshop.ru/46485.html)

Махова Н.Б., Мацур Ф.К.

2015, Московская государственная академия водного транспорта

* [Неопределенные и определенные интегралы. Методические рекомендации](http://www.iprbookshop.ru/46727.html)

Махова Н.Б., Мацур Ф.К.

2010, Московская государственная академия водного транспорта

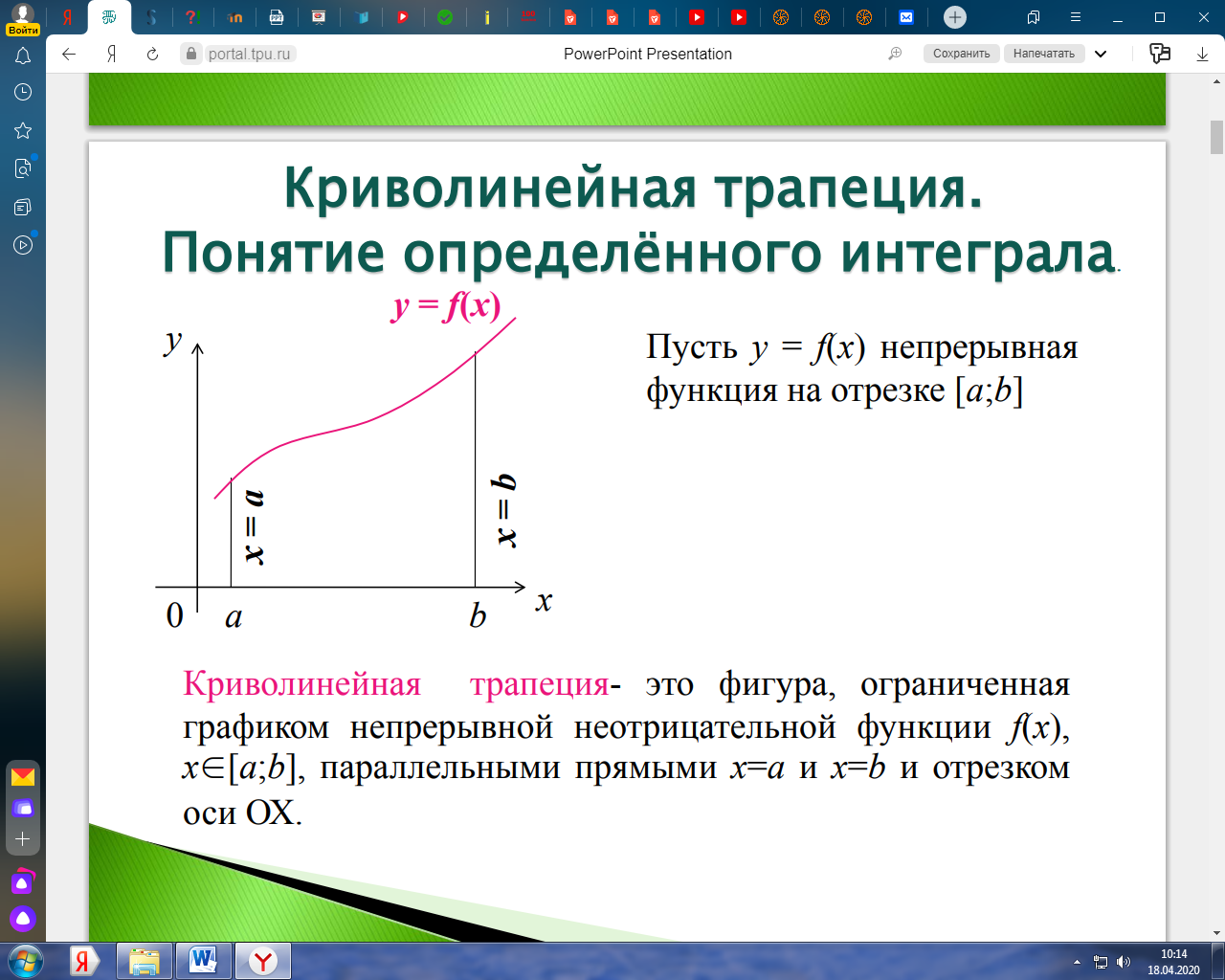
* [Неопределенный и определенный интегралы. Учебное пособие](http://www.iprbookshop.ru/10723.html)

Малахов А.Н.

2009, Евразийский открытый институт

## Краткий теоретический материал

## Понятие криволинейной трапеции



# 2. Вычисление площадей плоских фигур

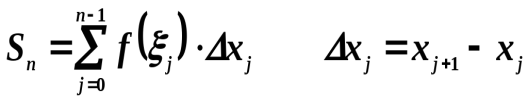
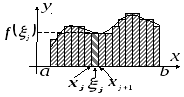
а) Площадь криволинейной трапеции (***явное задание функции***).

Зададим на отрезке https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-pZuoYx.png(https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-GOdEia.pngиhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-yi3BgF.png- конечные числа) неотрицательную, непрерывную функциюhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-Eklodt.png, график которой изображен на рисунке.

Произведем разбиение отрезка https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-RgPulZ.pngнаhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-finoUi.png- частей точками

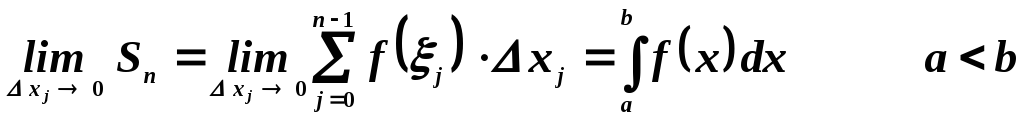
https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-jQaGmK.png

Выберем на каждом из полученных частичных отрезков https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-vI94hZ.png(https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-c5slWG.png) по произвольной точкеhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-yoFYTb.png. Определим значения функцииhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-Snab7y.pngв этих точках и составим сумму



которую называют интегральной суммой и которая, очевидно, равна сумме площадей заштрихованных прямоугольников, как показано на рисунке.

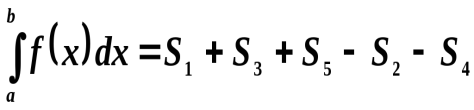
Предел, к которому стремится интегральная сумма, когда https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-iVgCyi.pngназывается определенным интегралом от функцииhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-d2M2Bg.pngна отрезке https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-MQFgHp.png



Еhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-Z2osEr.pngсли функцияhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-QkL1EC.pngотрицательна внутри отрезка https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-CeH9eV.png, то интеграл по абсолютному значению равен площади, покрываемой графиком, но имеет отрицательное значение (см. рис.).

Пусть теперьhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-RjAptn.pngменяет знак на интервале https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-OycqGw.png, как показано на рисунке.

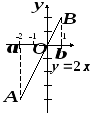
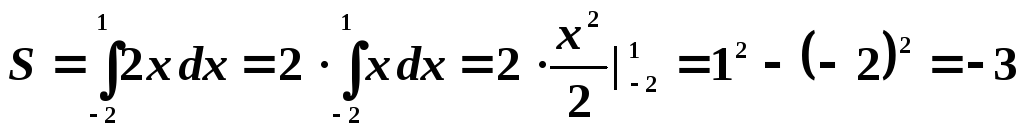
В этом случае определенный интеграл будет подсчитываться как



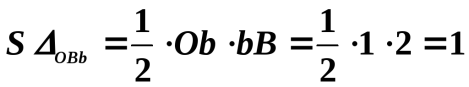
Н

https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-GUmxgC.png

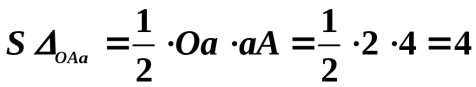
апример, найти площадь фигуры, ограниченной линиейhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-J90WXD.pngв пределах интервалаhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-P0ZgYT.png, гдеhttps://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-VCW0TA.png,https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-5JUaI4.png(см. рисунок). Имеем.



Это число https://studfile.net/html/2706/202/html_TMUd70ec67.QKbK/img-oEKzRN.pngравно разности площадей



и



Рассмотрим пример:

Методику нахождения площади рассмотрим сначала на относительно простом примере.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/155682/834e88f0_f5f6_0131_976a_12313c0dade2.png

*Решение.*

Вот искомая площадь:



Рис. 3. Площадь

Вот формула:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/155684/85bb2f00_f5f6_0131_976c_12313c0dade2.png

Это общая формула. Конкретно к нашему случаю она применима так:

Пределы интегрирования https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/155685/870096b0_f5f6_0131_976d_12313c0dade2.png.

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/155686/88214ee0_f5f6_0131_976e_12313c0dade2.png=https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/155687/8950cc60_f5f6_0131_976f_12313c0dade2.png.

Вычислили площадь криволинейной фигуры.

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/155687/8950cc60_f5f6_0131_976f_12313c0dade2.png

**Кроме того, краткая теоретическая информация в очень хорошем и доступном виде представлена на сайте** [**https://portal.tpu.ru/SHARED/l/LAN2304/ycheba/Tab1/Opredelenni\_Integral.pdf**](https://portal.tpu.ru/SHARED/l/LAN2304/ycheba/Tab1/Opredelenni_Integral.pdf)

**Контрольные (теоретические) вопросы для самопроверки по итогам изучения учебного материала:**

1. Кратко описать методику применения определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции
2. Подготовить краткое сообщение на тему: «Применение интеграла в физике и геометрии»

**Контрольные (практические) задачи по итогам изучения учебного материала:**

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/155689/8bbad690_f5f6_0131_9771_12313c0dade2.png
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиямиhttps://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/155694/91c07a00_f5f6_0131_9776_12313c0dade2.png
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/155700/99838dc0_f5f6_0131_977c_12313c0dade2.png
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиямиhttps://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/155712/a8d62370_f5f6_0131_9788_12313c0dade2.png
5. Найти площадь фигуры, ограниченную линиями https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/155734/c4c35c70_f5f6_0131_979e_12313c0dade2.png.

Разработал:

Преподаватель математики А.А.Косенко