**ЭЛЕКТРОННОЕ ОБУЧЕНИЕ**

Учебные материалы по дисциплине «ЕН.01 Математика» для учебной группы №11,15,17 на период с 23.04.2020 г по 27.03.2020г.

Тема учебных занятий:

* Пр.р.№57 Правила и формулы дифференцирования. Таблица производных элементарных функций
* Возрастающие и убывающие функции. Условия возрастания и убывания функции
* Экстремумы функции. Необходимое и достаточное условие экстремума. Теорема Ферма
* Применение производной к исследованию функций и построению графиков
* Пр.р.№58 Исследование функций с помощью первой производной
* Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах

Для полного освоения теоретической части указанных тем необходимо использовать учебный материал электронной библиотечной системы (ЭБС) IPRBooks

**Адрес сайта ЭБС:** [**http://www.iprbookshop.ru**](http://www.iprbookshop.ru)

**Рекомендованная для использования литература:**

* [Математический анализ. Сборник индивидуальных заданий. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Учебное пособие](http://www.iprbookshop.ru/91234.html)

2017, Новосибирский государственный технический университет

* [Дифференциальное исчисление функций. Учебное пособие](http://www.iprbookshop.ru/76027.html)

Литвин Д.Б., Мелешко С.В., Невидомская И.А., Королькова Л.Н.

2017, Ставропольский государственный аграрный университет, Сервисшкола

* [Высшая математика. Дифференциальное исчисление. Учебное пособие](http://www.iprbookshop.ru/72078.html)

Магазинников Л.И., Магазинников А.Л.

* [Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Учебное пособие](http://www.iprbookshop.ru/33307.html)

Караказьян С.А., Пак Э.Е., Соловьёва О.В.

2015, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ

* [Дифференциальное исчисление. Учебное пособие](http://www.iprbookshop.ru/45467.html)

Трофимов В.К, Агульник В.И.

2013, Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики

* [Сборник задач по математике. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной](http://www.iprbookshop.ru/17964.html)

Веретенников В.Н.

2011, Российский государственный гидрометеорологический университет

* [Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Практикум](http://www.iprbookshop.ru/55444.html)

Капшанинова М.М., Максимов В.П.

2006, Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики

**Краткая теоретическая справочная информация:**

1. **История возникновения дифференциального исчисления**

* Дифференциальное исчисление – это раздел математики, в котором изучаются производные и их применение к исследованию функций.
* Термин «производная» является буквальным переводом на русский язык французского слова derivee, которое ввел в 1797 году Ж. Лагранж. Он же ввел современные обозначения и Г. Лейбниц говорил о дифференциальном отношении и обозначал производную как df/dx. Это обозначение встречается и в современной литературе.

## Производная – одно из фундаментальных понятий математики. Оно возникло в XVII в. в связи с необходимостью решения ряда задач из физики, механики и математики, но в первую очередь для определения скорости прямолинейного движения и построения касательной к кривой.

## Независимо друг от друга И.Ньютон и Г. Лейбниц разработали аппарат исчисления, которым мы пользуемся в настоящее время. Ньютон исходил в основном из задач механики (опирался на физическое представление о мгновенной скорости движения, считая его очевидным и, сводя к нему другие случаи производной), а Лейбниц по преимуществу исходил из геометрических задач (использовал понятие бесконечно малой). Исчисление, созданное Ньютоном и Лейбницем, получило название дифференциального исчисления.

## http://online.mephi.ru/courses/maths/nagornov_1_semestr/external/images/lecture/8/p2-1.jpg http://online.mephi.ru/courses/maths/nagornov_1_semestr/external/images/lecture/8/p5-1.jpg

**Исаак Ньютон** **Готфрид Вильгельм Лейбниц**

1. **Теоретическая часть (физический и геометрический смысл)**

Чтобы понять, что такое **производная**, проведем аналогию с мгновенной скоростью (скоростью в данный определённый момент времени). Рассмотрим материальную точку, которая движется по прямой с переменной скоростью. Поскольку скорость точки все время меняется, мы можем говорить о ее скорости только в данный момент времениt_0. Чтобы найти скорость точки в момент времени t_0, рассмотрим маленький промежуток времени Delta{t}. За этот промежуток времени точка пройдет расстояние Delta{S}. Тогда скорость точки будет примерно равна {Delta{S}}/{Delta{t}}. Чем меньше промежуток времени Delta{t}мы будем брать, тем точнее значение скорости мы получим. В пределе, при Delta{t}right{0}, мы получим точное значение мгновенной скорости в момент времени t_0:

V= lim{Delta{t}right{0}}{{Delta{S}}/{Delta{t}}}

Аналогичным образом введем понятие **производной.**

Рассмотрим произвольную функцию  f(x) и зафиксируем точку x_0. Значение функции в этой точке равно f(x_0). Возьмем приращение аргумента Delta{x}. Значение функции в этой точке равно f(x_0+Delta{x}). Получим приращение функции  Delta{f}=f({x_0+Delta{x}})-f({x_0})

**Производной функции называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю:**

{f}prime(x)= lim{Delta{x}right{0}}{{Delta{f}}/{Delta{x}}}

**Физический смысл производной.**

Итак, мы видим, что по аналогии с мгновенной скоростью, производная функции в точке x_0. показывает скорость изменения функции в этой точке.

Если зависимость расстояния от времени представляет собой функцию S(x), то, чтобы найти скорость тела в момент времени t_0, нужно найти значение производной функции  S(x) в точке t_0:

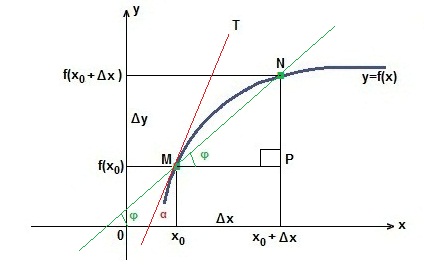
v({t_0})={S}prime{(t_0)} http://ege-ok.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

**Геометрический смысл производной.**

В координатной плоскости **хОу** рассмотрим график функции **y=f (x)**. Зафиксируем точку **М(х0; f (x0)**. Придадим абсциссе **х0** приращение **Δх**. Мы получим новую абсциссу **х0+Δх**. Это абсцисса точки **N**, а ордината будет равна **f (х0+Δх**). Изменение абсциссы повлекло за собой изменение ординаты. Это изменение называют приращение функции и обозначают**Δy**.

**Δy=f (х0+Δх) — f (x0).**Через точки **M** и **N** проведем секущую **MN**, которая образует угол **φ** с положительным направлением оси **Ох**. Определим тангенс угла **φ** из прямоугольного треугольника **MPN**.

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/208.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/208.jpg)



Пусть **Δх** стремится к нулю. Тогда секущая **MN** будет стремиться занять положение касательной **МТ**, а угол **φ** станет углом **α**. Значит, тангенс угла **α** есть предельное значение тангенса угла **φ**:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/209.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/209.jpg)

***Определение производной.*** Предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при стремлении последнего к нулю, называют производной функции в данной точке:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/210.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/210.jpg)

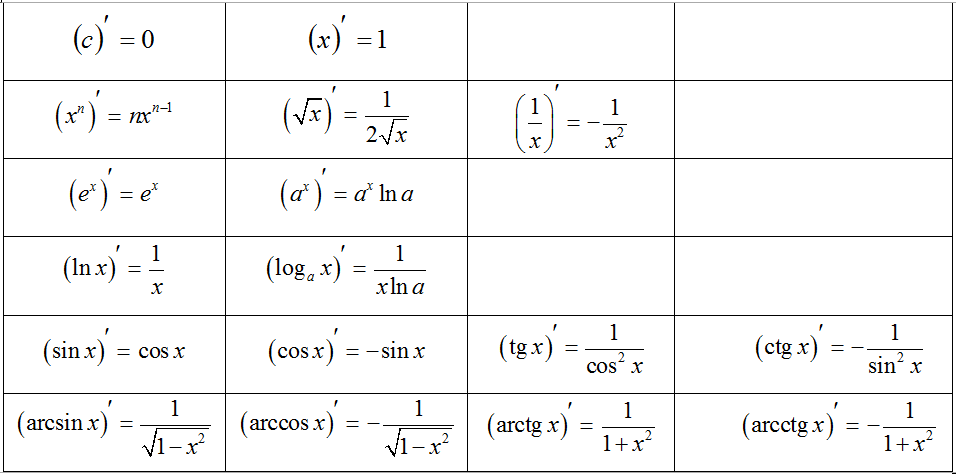
**Геометрический смысл производной** заключается в том, что численно производная функции в данной точке равна тангенсу угла, образованного касательной, проведенной через эту точку к данной кривой, и положительным направлением оси **Ох**:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/211.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/211.jpg)

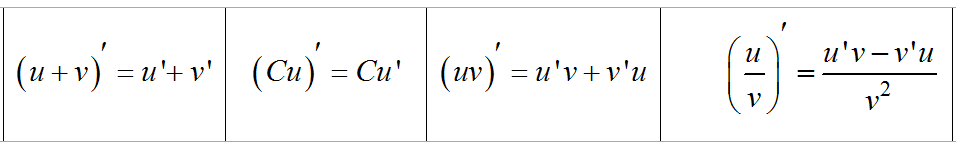
1. **Основные формулы дифференцирования**

Процесс вычисления производных называют дифференцированием. Перед решением следующих задач стоит повторить формулы и правила дифференцирования функций.

### Формулы дифференцирования функций



### Правила дифференцирования функций



Правила можно сформулировать и словами.

1. Производная суммы равна сумме производных.
2. Постоянный множитель можно выносить за знак производной.
3. Производная произведения равна "производная первого сомножителя, умноженная на второй, плюс производная второго сомножителя, умноженная на первый".
4. Производная дроби равна "производная числителя, умноженная на знаменатель, минус производная знаменателя, умноженная на числитель, и деленные на знаменатель в квадрате".

**Контрольные (теоретические) вопросы по итогам изучения учебного материала:**

1. Изучить формулы дифференцирования
2. Сформулировать условие возрастания и убывания функций.
3. Дать определение экстремума функции.
4. Необходимое и достаточное условие экстремума.
5. Теорема Ферма
6. Применение производной к исследованию функций и построению графиков
7. Алгоритм исследования функций с помощью первой производной
8. Привести примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах

**Контрольные (практические) задачи по итогам изучения учебного материала:**

**1.** Найдите производную функции

1) 3)

2) 4)

**2.** По графику, изображенному на рисунке, определите, на каком промежутке производная данной функции положительна

y=f(x) y

-4 0 1 4 x

1) (-4;1) 2) (-4;4) 3) (1;4) 4) (-∞; +∞)

**3.** Найдите производную функции

1. 3)
2. 4)

**4.** Определите абсциссу вершины параболы

1. x=1 2) x=2 3) x=0,5 4) x=-2

**5.** Найдите производную функции

1. 3)

2) 4)

**6.** По графику, изображенному на рисунке, определите, на каком промежутке производная данной функции отрицательна

y=f(x) y

-4 -2 0 2 6 x

1) (-4;-2) 2) (-2;2) 3) (2;6) 4) (-∞; +∞)

**7.** Найдите производную функции

1. 3)
2. 4)

**8.** Определите абсциссу вершины параболы

1. x=0 2) x=2 3) x=-2 4) x=-1

Разработал:

Преподаватель математики А.А.Косенко